

Blatt 8

Bekomp WS 2011

16. 12. 2011

Name:

Matrikelnr.:

Gelöste Aufgaben: 36 37 38 39 40

Definition: Für Funktionen $f, g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$ definieren wir

$$g(n) = O(f(n)) \iff \exists c \in \mathbb{R}_{>0} : \exists N \in \mathbb{N} : \forall n \geq N : g(n) \leq c \cdot f(n).$$

(Folie 3 des Foliensatzes zur Komplexität von Algorithmen.)

36. Richtig oder falsch?

- (a) $5n^2 = O(n^2)$
- (b) $5n^2 = O(n^3)$
- (c) $4n + n \log n = O(n)$
- (d) $(n \log n + 1024 \log n)^2 = O(n^2(\log n)^3)$
- (e) $3^n = O(9^n)$
- (f) $9^n = O(3^n)$

Beweisen Sie Ihre Antworten anhand oben stehender Definition!

37. Zeigen oder widerlegen Sie:

- (a) $f(n) = O(f(n))$
- (b) $f(n) = O(g(n)) \implies g(n) = O(f(n))$
- (c) $f(n) = O(g(n)) \wedge g(n) = O(h(n)) \implies f(n) = O(h(n))$

38. (a) Schreiben Sie ein RASP-Programm, welches die Funktion $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, $f(n) = 2^n$ naiv durch n Multiplikationen in einer Schleife berechnet: $f(n) = 1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 2$. Analysieren Sie die Zeit- und Raumkomplexität Ihres Programmes asymptotisch in Abhängigkeit von n sowohl nach dem uniformen als auch nach dem logarithmischen Kostenkriterium.

- (b) Lässt sich $f(n)$ auf einer RASP auch in uniformer Zeitkomplexität $O(\log n)$ berechnen?
- (c) Und auch in logarithmischer Raumkomplexität $O(\log n)$?

Begründen Sie Ihre Antworten!

39. Das Produkt zweier 32-Bit Zahlen ist auf einer Maschine zu berechnen, deren einzige primitive Multiplikationsinstruktion nur 2 Bits miteinander multiplizieren kann.

- (a) Wie viele Bitmultiplikationen verwendet der Volksschulalgorithmus?
- (b) Wie viele Bitmultiplikationen verwendet der Algorithmus von Karatsuba und Ofman?

Begründen Sie Ihre Antworten!

40. Welche Funktionen stehen zueinander in polynomialer Relation?

- (a) 3^n und 9^n
- (b) 3^{2^n} und 9^{2^n}

Begründen Sie Ihre Antworten!