

**Aufgabe 21.** Ist die Sprache  $L := \{aa^{-1} \mid a \in \Sigma^*\}$  mit  $\Sigma = \{0, 1\}$  regulär? Beweisen Sie Ihre Behauptung. Benutzen Sie dabei die folgende Definition.

**Definition 1.** Sei  $a = a_1 \dots a_k \in \Sigma^*$ . Dann ist  $a^{-1} := a_k a_{k-1} \dots a_1$ .

**Aufgabe 22.** Geben Sie eine formale Definition einer Turingmaschine  $M = (Q, \{0, 1\}, \Gamma, q_0, F, \delta)$  an, für die  $L(M) = \{1^k 0 1^{k+1} \mid k \in \mathbb{N}\}$  gilt.

**Aufgabe 23.** Gegeben ist eine Turingmaschine  $M = (Q, \Sigma, \Gamma, q_0, F, \delta)$  mit  $Q = \{q_0, \dots, q_6\}$ ,  $\Sigma = \{0, 1\}$ ,  $\Gamma = \{0, 1, \sqcup\}$ ,  $F = \{q_3\}$  und der folgenden Überföhrungsfunktion  $\delta$ :

| $\delta$ | 0        | 1              | $\sqcup$       |
|----------|----------|----------------|----------------|
| $q_0$    | $q_1 0R$ | $q_4 \sqcup R$ | –              |
| $q_1$    | –        | $q_2 1R$       | –              |
| $q_2$    | –        | –              | $q_3 \sqcup S$ |
| $q_3$    | –        | –              | –              |
| $q_4$    | $q_4 0R$ | $q_4 1R$       | $q_5 \sqcup L$ |
| $q_5$    | –        | $q_6 \sqcup L$ | –              |
| $q_6$    | $q_6 0L$ | $q_6 1L$       | $q_0 \sqcup R$ |

Bestimmen Sie  $L(M)$ .

**Aufgabe 24.** Geben Sie eine informale Beschreibung der Arbeitsweise einer Turingmaschine, welche die Funktion  $f(n) = \sum_{i=0}^n i$  berechnet. Hinweis: Sie können die Maschine mit mehreren Bändern ausstatten.

**Aufgabe 25.** Sei  $w \in \{0, 1\}^*$ . Wir bezeichnen mit  $w^{-1}$  das Wort aus  $\{0, 1\}^*$ , welches sich ergibt, indem man  $w$  von hinten nach vorn liest. Gegeben sei die Sprache  $L := \{aa^{-1} \mid a \in \{0, 1\}^*\}$ . Geben Sie eine informelle Beschreibung einer Turingmaschine  $M$  an, so dass  $L = L(M)$ .