

Aufgabe 36. Welche der folgenden Aussagen sind richtig? Begründen Sie.

1. $\log(n^{100})$ ist $O(\sqrt{n})$
2. $\varphi(n^{-100})$ ist $O(n)$, wobei $\varphi(x) = 10^x$.
3. $n^2 - 2n$ ist $O(n)$
4. Für alle $\varepsilon > 0$ gilt: $\sqrt{e^n}$ ist $O(e^{\varepsilon n})$.
5. Es gibt ein $\varepsilon > 0$, so dass für alle $k \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ gilt $e^{\varepsilon n}$ ist $O(n^k)$.
6. Für alle $\varepsilon > 0$ und für alle $k \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ gilt $e^{\varepsilon n}$ ist $O(k^n)$.
7. 2^n ist $O(8^n)$
8. 8^n ist $O(2^n)$

Aufgabe 37. Sei $L = \{ww^{-1} \mid w \in \{1, 2\}^*\}$ wobei w^{-1} das zu w gespiegelte Wort bezeichnet:

$$(w_1w_2 \dots w_r)^{-1} = w_r \dots w_2w_1.$$

Geben Sie eine möglichst gute Abschätzung der (worst-case) Zeit- und Raumkomplexität einer RAM, die L akzeptiert.

Aufgabe 38. Geben Sie eine möglichst gute Abschätzung der (worst-case) Zeit- und Raumkomplexität einer Turingmaschine, die L akzeptiert.

Aufgabe 39. Skizzieren Sie einen Algorithmus zur Berechnung von x^n ($x \in \mathbb{Q}$, $n \in \mathbb{N}$) und analysieren Sie seine Zeitkomplexität unter der Annahme, dass die elementaren Operationen auf \mathbb{Q} (Addition, Multiplikation, Vergleich, etc.) konstante Zeit benötigen.

Der Algorithmus soll eine bessere Komplexität als der triviale Algorithmus aufweisen, der $n - 1$ Multiplikationen von x ausführt. (Hinweis: x^8 ist mit drei Multiplikationen berechenbar.)

Aufgabe 40. Bestimmen Sie die (worst-case) Raum- und Zeitkomplexität einer Turingmaschine, welche die Summe zweier natürlicher Zahlen berechnet. Die Eingabezahlen liegen in unärer Codierung auf dem Eingabeband vor, d.h. der Input $(k, m) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ ist codiert als $1^k 0 1^m$ flankiert von \sqcup 's.