

**Aufgabe 36.** Welche der folgenden Aussagen sind richtig? Begründen Sie.

1.  $\log(n^{100})$  ist  $O(\sqrt{n})$
2.  $\varphi(n^{-100})$  ist  $O(n)$ , wobei  $\varphi(x) = 10^x$ .
3.  $n^2 - 2n$  ist  $O(n)$
4. Für alle  $\varepsilon > 0$  gilt:  $\sqrt{e^n}$  ist  $O(e^{\varepsilon n})$ .
5. Es gibt ein  $\varepsilon > 0$ , so dass für alle  $k \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$  gilt  $e^{\varepsilon n}$  ist  $O(n^k)$ .
6. Für alle  $\varepsilon > 0$  und für alle  $k \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$  gilt  $e^{\varepsilon n}$  ist  $O(k^n)$ .
7.  $2^n$  ist  $O(8^n)$
8.  $8^n$  ist  $O(2^n)$

**Aufgabe 37.** Sei  $L = \{ww^{-1} \mid w \in \{1, 2\}^*\}$  wobei  $w^{-1}$  das zu  $w$  gespiegelte Wort bezeichnet:

$$(w_1w_2 \dots w_r)^{-1} = w_r \dots w_2w_1.$$

Geben Sie eine möglichst gute Abschätzung der (worst-case) Zeit- und Raumkomplexität einer RAM, die  $L$  akzeptiert.

**Aufgabe 38.** Geben Sie eine möglichst gute Abschätzung der (worst-case) Zeit- und Raumkomplexität einer Turingmaschine, die  $L$  akzeptiert.

**Aufgabe 39.** Skizzieren Sie einen Algorithmus zur Berechnung von  $x^n$  ( $x \in \mathbb{Q}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ ) und analysieren Sie seine Zeitkomplexität unter der Annahme, dass die elementaren Operationen auf  $\mathbb{Q}$  (Addition, Multiplikation, Vergleich, etc.) konstante Zeit benötigen.

Der Algorithmus soll eine bessere Komplexität als der triviale Algorithmus aufweisen, der  $n - 1$  Multiplikationen von  $x$  ausführt. (Hinweis:  $x^8$  ist mit drei Multiplikationen berechenbar.)

**Aufgabe 40.** Bestimmen Sie die (worst-case) Raum- und Zeitkomplexität einer Turingmaschine, welche die Summe zweier natürlicher Zahlen berechnet. Die Eingabezahlen liegen in unärer Codierung auf dem Eingabeband vor, d.h. der Input  $(k, m) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$  ist codiert als  $1^k 0 1^m$  flankiert von  $\sqcup$ 's.