Aufgabe 21. Ist die Sprache $L := \left\{ aa^{-1} \,\middle|\, a \in \Sigma^* \right\}$ mit $\Sigma = \{0,1\}$ regulär? Beweisen Sie Ihre Behauptung. Benutzen Sie dabei die folgende Definition.

Definition 1. Sei $a = a_1 \dots a_k \in \Sigma^*$. Dann ist $a^{-1} := a_k a_{k-1} \dots a_1$.

Aufgabe 22. Gegeben sei die Sprache $L := \left\{ aa^{-1} \,\middle|\, a \in \Sigma^* \right\}$ mit $\Sigma = \{0,1\}$. Geben Sie eine informelle Beschreibung einer Turingmaschine M an, so dass $L = L(M)$. Benutzen Sie dabei die folgende Definition.

Definition 2. Sei $a = a_1 \dots a_k \in \Sigma^*$. Dann ist $a^{-1} := a_k a_{k-1} \dots a_1$.

Aufgabe 23. Geben Sie eine formale Definition einer Turingmaschine $M = (Q, \{0,1\}, \Gamma, q_0, F, \delta)$ an, für die $L(M) = \left\{ 1^k 0 1^{k+1} \,\middle|\, k \in \mathbb{N} \right\}$ gilt.

Aufgabe 24. Gegeben ist eine Turingmaschine $M = (Q, \Sigma, \Gamma, q_0, F, \delta)$ mit $Q = \{q_0, \dots, q_6\}$, $\Sigma = \{0,1\}$, $\Gamma = \{0, 1, \sqcup\}$, $F = \{q_3\}$ und der folgenden Überführungsfunktion δ:

δ	0	1	$\sqcup$
q_0	$q_1 0 R$	$q_4 \sqcup R$	$-$
q_1	$-$	$q_2 1 R$	$-$
q_2	$-$	$-$	$q_3 \sqcup S$
q_3	$-$	$-$	$-$
q_4	$q_4 0 R$	$q_4 1 R$	$q_5 \sqcup L$
q_5	$-$	$q_6 \sqcup L$	$-$
q_6	$q_6 0 L$	$q_6 1 L$	$q_0 \sqcup R$

Bestimmen Sie $L(M)$ als Menge, ohne sich auf M zu beziehen.

Aufgabe 25. Geben Sie eine informale Beschreibung der Arbeitsweise einer Turingmaschine, welche die Funktion $f(n) = n^2$ berechnet. Wir nehmen dabei an, dass $n > 0$ auf dem Eingabeband durch n Einsen gegeben ist. Hinweis: Sie können die Maschine mit mehreren Bändern ausstatten.