Aufgabe 16. Man zeige, dass die Sprache $L = \{a^m b^n \mid m, n \in \mathbb{N} \wedge m \geq 2n\}$ nicht regulär ist. Wie ist der Beweis aus dem Vorlesungsbeispiel zu modifizieren?

Aufgabe 17. Sei L die Menge aller Strings $x \in \{a, b\}^*$ mit $|x| \geq 4$ bei denen das vierte Symbol von rechts ein b ist. Z.B. sind *babaaa* und *bbbb* Elemente von L, nicht aber *bbb* oder *babab*. Man konstruiere einen NEA mit nur 5 Zuständen welcher L akzeptiert.
Anmerkung: Hier haben wir ein Beispiel einer regulären Sprache für die ein nichtdeterministischer endlicher Automat wesentlich einfacher ist als ein deterministischer. Ein DEA der L akzeptiert müßte mindestens 16 Zustände, haben, wie man relativ leicht zeigen kann.

Aufgabe 18. Schreiben Sie ein RAM-Programm mit folgendem Verhalten. Die RAM liest das erste Eingabezeichen. Sagen wir, der erste Wert auf dem Eingabeband sei z. Danach liest die RAM die nächsten $|z|+1$ Felder des Eingabebandes und schreibt deren Summe auf das Ausgabeband.

Aufgabe 19. Sei $m > 1$ eine natürliche Zahl und $L := \{(1^k 2)^m \mid k \in \mathbb{N}\}$. Wir repräsentieren ein Wort aus $\{1, 2\}^*$ auf dem Eingabeband einer RAM, indem jedes Zeichen des Wortes genau ein Eingabefeld belegt und 0 als Endemarkierung interpretiert wird.
Schreiben Sie ein RAM-Programm, das ein Wort $w \in \{1, 2\}^*$ vom Eingabeband liest und, je nachdem ob $w \in L$ oder $w \notin L$ eine 1 oder eine 0 aufs Ausgabeband schreibt. Sie können dabei annehmen, dass auf dem Eingabeband keine anderen Zahlen als 0, 1 oder 2 stehen und dass wenigstens eine 0 auftritt.

Aufgabe 20. Begründen Sie Ihre Aussagen.

1. Sei R eine RAM, die genau ein Zeichen vom Eingabeband liest, auf jeder Eingabe hält und dann jeweils eine 0 oder 1 aufs Band geschrieben hat.
   (a) Gibt es eine Funktion $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$, so dass $f(x) = y$ gilt, falls die Eingabe x war und y nach dem Halten von R auf dem Band steht?
   (b) Gibt es eine Sprache L, so dass ein (einbuchstabiges) Wort w genau dann in L liegt, wenn die Berechnung von R eine 1 auf dem Band hinterlässt?
2. Sei $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ eine Funktion. Gibt es immer eine RAM R, so dass R die Funktion f berechnet?