Aufgabe 11. Man gebe eine kurze Begründung für folgende Feststellungen: sind zwei Sprachen $L_1, L_2 \subseteq \Sigma^*$ regulär, dann gilt dasselbe für

1. $\overline{L_1}$,
2. $L_1 \cup L_2$,
3. $L_1 \cap L_2$,
4. L_1^+.

Hinweis: Man verwende die Äquivalenz von DEAs und regulären Ausdrücken (Satz 1.2.1); demnach darf man jeweils die eine oder die andere Darstellung von regulären Sprachen verwenden.

Aufgabe 12. (a) Beschreiben Sie die durch 4 teilbaren Zahlen in Binärdarstellung durch einen regulären Ausdruck.

(b) Lassen sich die durch 5 teilbaren natürlichen Zahlen in Binärdarstellung auch durch einen regulären Ausdruck beschreiben?

Hinweis: Konstruieren Sie einen endlichen Automaten und argumentieren Sie dann entsprechend.

Für den Automaten betrachten Sie die Mengen

$$Z_i = \{5z + i \mid z \in \mathbb{Z}\} \qquad \text{for } i = 1, 2, 3, 4, 5$$

und überlegen sich, dass das Lesen eines weiteren Bit d modelliert werden kann als der Übergang einer Menge Z_x in die Menge Z_{2x+d}. Diese Übergänge können Sie auch als Zustandsübergänge in einem endlichen Automaten deuten.

Aufgabe 13. Sei $m > 1$ eine natürliche Zahl und $r = (a^*b)^m$ ein regulärer Ausdruck. Geben Sie für $L_1 := L(r)$ und $L_2 := \{(a^k b)^m \mid k \in \mathbb{N}\}$ an, ob es sich um reguläre Sprachen handelt. Begründen Sie Ihre Aussage.
Definition: Sei x ein regulärer Ausdruck und n eine natürliche Zahl, so $x^n = x \cdots x$ der reguläre Ausdruck, der sich als n-fache Multiplikation von x ergibt. Zum Beispiel: $x^3 = x \cdot x \cdot x$.

Aufgabe 14. Sei L die Sprache aller richtig geklammerten Zeichenketten über dem Alphabet $\Sigma = \{$`[`, `]`, `o`$\}$. Eine Zeichenkette w ist *richtig geklammert* wenn jeder Präfix von w mindestens so viele öffnenden Brackets `[` wie schließende Brackets `]` hat. (Beispiel: `oo[][[o]]` ist richtig geklammert, aber `oo][` ist es nicht.) Zeigen Sie mit Hilfe des Pumping Lemmas, dass L nicht regulär ist.

Aufgabe 15. Sei A die Sprache aller Zeichenketten über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$, deren vorletztes Zeichen ein a ist.

1. Zeichnen Sie einen nichtdeterministischen endlichen Automaten M mit $L(M) = A$ auf.
2. Zeichnen Sie einen deterministischen endlichen Automaten N mit $L(N) = A$ auf. *Hinweis:* Gehen Sie ähnlich vor wie auf Folie „Konstruktion eines determin. Automaten" aus der Vorlesung. Brauchen Sie $Q' = P(Q)$ – die Potenzmenge von Q – oder reicht eine Teilmenge davon?