

Aufgabe 36. Gegeben sei das Prädikat

$$P(y, x_1, x_2) \equiv y^2 - 10y + x_1x_2 < 0.$$

Was wird durch die Funktion $f(x_1, x_2) := \min_y P(y, x_1, x_2)$ berechnet? Berechnen Sie die Werte $f(25, 0)$, $f(5, 5)$ und $f(3, 7)$. Ist die Funktion f sogar primitiv rekursiv?

Aufgabe 37. Sei eine Funktion f definiert als

$$f(n) = \begin{cases} 3n + 1 & \text{falls } n \text{ ungerade} \\ \frac{n}{2} & \text{falls } n \text{ gerade} \end{cases}$$

Man kann sich nun folgende Prozedur vorstellen. Man wähle eine positive natürliche Zahl und wende f darauf an. Ist das Ergebnis gleich 1, so stoppe man, anderenfalls, wende man wieder f auf das Ergebnis an und führe das Verfahren solange fort, bis man eine 1 als Ergebnis erhält.

Sei ν eine Funktion, die als Input positive natürliche Zahlen akzeptiert und als Ausgabe die Anzahl der Iterationen ausgibt, die im obigen Verfahren notwendig sind, um als Ergebnis für f eine 1 zu erhalten.

Zeigen Sie dass, ν eine rekursive Funktion ist. Sie können dabei alle Sätze aus dem Skriptum verwenden.

Sehr schwierige Zusatzaufgabe: Ist ν sogar primitiv rekursiv?

Aufgabe 38. Welche der folgenden Aussagen sind richtig? Begründen Sie.

1. $10000 \log n$ ist $O(n)$
2. $2n$ ist $O(n)$
3. $n\sqrt{n}$ ist $O(n)$
4. für alle $\varepsilon > 0$ und für alle $k \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ gilt $e^{\varepsilon n}$ ist $O(n^k)$
5. 100^n ist $O(10^n)$

Aufgabe 39. Sei $L = \{ww^{-1} \mid w \in \{1, 2\}^*\}$ wobei w^{-1} das zu w gespiegelte Wort bezeichnet:

$$(w_1w_2 \dots w_r)^{-1} = w_r \dots w_2w_1.$$

Geben Sie eine möglichst gute Abschätzung der (worst-case) Zeit- und Raumkomplexität einer RAM, die L akzeptiert.

Aufgabe 40. Sei $L = \{ww^{-1} \mid w \in \{1, 2\}^*\}$ wobei w^{-1} das zu w gespiegelte Wort bezeichnet:

$$(w_1w_2 \dots w_r)^{-1} = w_r \dots w_2w_1.$$

Geben Sie eine möglichst gute Abschätzung der (worst-case) Zeit- und Raumkomplexität einer RAM, die L akzeptiert. Geben Sie eine möglichst gute Abschätzung der (worst-case) Zeit- und Raumkomplexität einer Turingmaschine, die L akzeptiert.