

Matrikel										SKZ					Name	
----------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	------	--

Klausur 2

Berechenbarkeit und Komplexität

16. Januar 2009

Zu jedem Buchstaben muss entweder ja oder nein angekreuzt werden.

Aufgabe 1 Sei $P(t, x, y) \equiv (t - x^2 - y^3 > 0)$ und $f(x, y) = \min_t P(t, x, y)$.

- | | | | |
|---|----|------|---|
| A | ja | | Ist für ein fixes $z \in \mathbb{N}$ das Prädikat $(\forall t)_{\leq z} P(t, x, y)$ primitiv rekursiv?
Skriptum Satz 1.5.4 |
| B | ja | | Ist f eine rekursive Funktion? |
| C | ja | | Ist f eine primitiv rekursive Funktion?
$f(x, y) = x^2 + y^3 + 1$ und das ist primitiv rekursiv. |
| D | ja | | Ist $f(2, 3) = 32$? |
| E | | nein | Existiert ein Paar $(x, y) \in \mathbb{N}^2$, so dass $f(x, y) = 0$? |

Aufgabe 2 Seien L_1 und L_2 rekursiv aufzählbare Sprachen über $\{0, 1\}$.
Fragen:

- | | | | |
|---|----|------|--|
| A | ja | | Ist $L_1 \cup L_2$ rekursiv aufzählbar? |
| B | ja | | Ist $L_1 \cup \overline{L_1}$ rekursiv? |
| C | | nein | Ist $L_1 \setminus L_2$ rekursiv aufzählbar? |
| D | ja | | Sei auch $\overline{L_1}$ rekursiv aufzählbar. Ist L_1 rekursiv? |

Aufgabe 3 Seien $f_1(n) = n^3 - 4040$, $f_2(n) = 4232n^3$, $f_3(n) = 3^n + n^3$, $f_4(n) = \sqrt{\pi^n}$ mit $\pi = 3, 141592653589793 \dots$
Fragen:

- | | | | |
|---|----|------|--|
| A | ja | | Sind f_1 und f_2 von gleicher Ordnung? |
| B | | nein | Sind f_2 und f_3 von gleicher Ordnung? |
| C | ja | | Sind $\log(f_3(n))$ und $\log(f_4(n))$ von gleicher Ordnung? |
| D | ja | | Ist $\exp(f_1(n))$ von der Ordnung $\exp(f_2(n))$? |
| E | | nein | Ist 3^n von der Ordnung 2^n ? |
| F | | nein | Ist $2^{(2^n)}$ von der Ordnung 4^n ? |

Aufgabe 4 Sei $P(M, n)$ das folgende Prädikat:

Es existiert ein Wort $w \in \{0, 1\}^*$, so dass M bei Eingabe w nach n Schritten stoppt.

Seien $L_1, L_2 \subseteq \{0, 1\}^*$ gegeben durch

$$L_1 = \{ \langle M \rangle \mid \exists n \in \mathbb{N} : P(M, n) \},$$

$$L_2 = \{ \langle M \rangle \mid P(M, 10) \}.$$

Dabei bezeichnet $\langle M \rangle \in \{0, 1\}^*$ den Code der Turingmaschine M .

- | | | | |
|---|----|------|--|
| A | | nein | Gibt es eine Turingmaschine, die für ein gegebenes Wort $u \in \{0, 1\}^*$ entscheidet, ob $u \in L_1$? |
| B | ja | | Gibt es eine Turingmaschine T_1 mit $L(T_1) = L_1$? |
| C | ja | | Gibt es eine Turingmaschine T_1' mit $G(T_1') = L_1$, d.h. T_1' generiert L_1 ? |
| D | ja | | Ist L_2 rekursiv aufzählbar? |
| E | | nein | Ist die Eigenschaft $\{ L \mid L \text{ rekursiv aufzählbare Sprache} \wedge L \subseteq L_1 \}$ entscheidbar? |