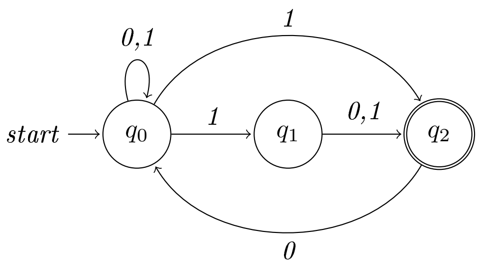
| Name | | SKZ | | | | Matrikel | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

# 1. Übungsklausur zu Berechenbarkeit und Komplexität am 26. November 2010 im Wintersemester 2010/2011

Bitte markieren Sie die jeweils richtige Antwort!

**Aufgabe 1** *Sei* $M = (Q, \Sigma, \delta, S, F)$ *mit* $Q = \{q_0, q_1, q_2\}$, $S = \{q_0\}$ *und* $F = \{q_2\}$ *der durch das Bild*




*gegebene nichtdeterministische endliche Automat über dem Alphabet* $\Sigma = \{0, 1\}$.

**1** | | nein |

*Ist* $101001000 \in L(M)$*?*

*Nein, denn kein String in* $L(M)$ *endet auf* $00$.

**2** | | nein |

*Gilt* $L(M) = L(r)$ *mit* $r = (0 + 1)^*1$*?*

*Nein, denn* $10 \in L(M)$.

**3** | ja | |

*Ist* $L(M) \circ L(M)$ *rekursiv aufzählbar?*

*Rekursiv aufzählbar, weil regulär.*

**4** | ja | |

*Gibt es einen deterministischen endlichen Automaten* $M'$ *mit höchstens* $8$ *Zuständen, der* $L(M') = L(M)$ *erfüllt?*

*Umwandlung NEA → DEA ist in der Vorlesung.*

**5** | ja | |

*Gibt es eine RAM* $A$*, deren akzeptierte Sprache* $L(A) = L(M)$ *erfüllt?*

$L(M)$ *is regulär. Jede reguläre Sprache ist rekursiv aufzählbar.*

**6** | | nein |

*Ist* $\overline{L(M)}$ *endlich?*

*Nein, weil* $L(0^*) \subseteq \overline{L(M)}$.

**7** | ja | |

*Definiere* $(a_1 a_2 \ldots a_n)^R := a_n \ldots a_2 a_1$ *für* $a_1, a_2, \ldots, a_n \in \Sigma$ *und* $L^R := \{w^R \mid w \in L\}$. *Ist* $L(M)^R$ *regulär?*

*Reguläre Sprachen sind unter Spiegelung abgeschlossen. Das sieht man etwa durch das Umdrehen aller Pfeile, und das vertauschen von* $S$ *und* $F$. *Man sieht es auch über reguläre Ausdrücke.*

**Aufgabe 2** *Gegeben sind die Sprachen* $L_1 = \{0^{3n} \mid n \in \mathbb{N}\}$ *und* $L_2 = \{0^{3^n} \mid n \in \mathbb{N}\}$ *über dem Alphabet* $\Sigma = \{0\}$. *(Wir verwenden* $\mathbb{N} := \{0, 1, 2, \dots, \}$.*)*

**8** | ja | |

*Gilt* $L_1^* = L_1$?

*Weil* $3\mathbb{Z}$ *abgeschlossen ist unter der Addition gilt* $L_1 \circ L_1 \subseteq L_1$.

**9** | | nein |

*Gilt* $L_2^+ \subseteq L_1$?

*Nein.* $0 \in L_2$. *Daher* $L_2^+ = L(0^+)$. *Das enthält* $0$, *und* $0$ *ist nicht in* $L_1$.

**10** | ja | |

*Ist* $L_1 \cup L_2$ *regulär?*

$L_1 \cup L_2 = \{0^{3n} \mid n \geq 0\} \cup \{0\} = L((000)^* + 0)$.

**11** | | nein |

*Ist* $L_1 \cap L_2$ *regulär?*

$L_1 \cap L_2 = \{0^{3^n} \mid n \geq 1\}$ *ist nicht regulär. Der Beweis mit dem Pumping Lemma ist analog zu Folie 29 (Automaten), wo* $\{0^{n^2} \mid n \in \mathbb{N}\}$ *behandelt wird.*

**12** | ja | |

*Ist* $\overline{L_1} \cap \overline{L_2^+}$ *regulär?*

$0 \in L_2$. *Daher* $L_2^+ = L(0^+)$, *und das ist regulär. Verwende den Abschluss regulärer Sprachen unter Komplement und Schnitt.* *Das Komplement einer beliebigen regulären Sprache ist regulär.*

**13** | ja | |

*Gibt es eine RAM, deren akzeptierte Sprache* $L_1 \cap L_2$ *ist?*

$L_1 \cap L_2 = \{0^{3^n} \mid n \geq 1\}$. *Für eine gegebene Eingabe* $0^m$ *kann die RAM in einer beschränkten Schleife nach einem Zeugen* $n$ *mit* $m = 3^n$ *suchen.*

**Aufgabe 3** *Gegeben ist eine Turing-Maschine* $T = (Q, \Sigma, \Gamma, q_0, F, \delta)$ *mit*

$$\begin{aligned} Q &= \{q_0, q_1, q_2\}, \\ \Sigma &= \{0, 1\}, \\ \Gamma &= \{0, 1, \sqcup\}, \\ F &= \{q_2\} \end{aligned}$$

*deren Übergangsfunktion* $\delta : Q \times \Gamma \xrightarrow{partiell} Q \times \Gamma \times \{L, S, R\}$ *durch folgende Tabelle gegeben ist:*

| $\delta$ | 0 | 1 | $\sqcup$ |
|---|---|---|---|
| $q_0$ | $(q_1, 1, R)$ | $(q_0, 0, R)$ | $(q_2, \sqcup, S)$ |
| $q_1$ | $(q_1, 1, R)$ | $(q_1, 0, R)$ | $(q_1, 0, R)$ |
| $q_2$ | – | – | – |

| | | |
|---|---|---|
| **14** | ja | |

*Ist* $\varepsilon \in L(T)$*?*

| | | |
|---|---|---|
| **15** | ja | |

*Gilt* $010q_10111 \vdash 0101q_1111$ *?*

*Ja. Laut Tabelle ist* $\delta(q_1, 0) = (q_1, 1, R)$. *Die Relation* $\vdash$ *ist auf Folie 6 (Turing-Maschinen) definiert.*

| | | |
|---|---|---|
| **16** | ja | |

*Gilt* $\sqcup\sqcup 00q_000 \vdash \sqcup\sqcup 001q_10$ *?*

*Ja. Laut Tabelle ist* $\delta(q_0, 0) = (q_1, 1, R)$.
*Die Konfiguration* $\sqcup\sqcup 00q_000$ *ist unerreichbar, was nichts zur Sache tut.*

| | | |
|---|---|---|
| **17** | ja | |

*Ist* $L(T)$ *regulär?*

$L(T) = \{1^n \mid n \geq 0\}$.

| | | |
|---|---|---|
| **18** | | nein |

*Hält* $T$ *auf jeder Eingabe in* $\Sigma^*$*?*

*Sobald* $T$ *eine* 0 *liest, läuft* $T$ *endlos im Zustand* $q_1$.

| | | |
|---|---|---|
| **19** | ja | |

*Ist* $L(T)$ *rekursiv?*

*Ja. Es gibt eine (andere!) Turingmaschine* $T'$, *die immer hält und deren akzeptierte Sprache auch* $\{1^n \mid n \geq 0\}$ *ist.*

| | | |
|---|---|---|
| **20** | ja | |

*Ist die partielle Funktion* $f : \{0,1\}^* \xrightarrow{partiell} \{0,1\}^*$, *wobei* $f(w)$ *als jenes Wort definiert ist, das nach der Ausführung von* $T$ *mit der Eingabe* $w$ *auf dem Band steht, Turing-berechenbar?*

*Ja, nach Definition, weil* $f$ *von* $T$ *berechnet wird.*

Jede richtig markierte Antwort zählt einen Punkt. —*Viel Erfolg!*